

文章编号: 1000-8055(2004)01-0131-06

自适应直角坐标网格方法在对流换热数值模拟中的应用

孙纪宁, 陶 智, 徐国强, 丁水汀

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 复杂几何边界是对流换热计算面临的主要难点之一。自适应直角坐标网格方法可以比较方便的处理复杂几何边界, 但其应用目前主要集中于可压无粘流的 Euler 方程、可压粘性流的 Navier-Stokes 方程的外部绕流计算。本文应用自适应直角坐标网格方法计算了两个不可压内流对流换热算例, 并把计算结果同商用 CFD 软件 STAR-CD 的计算结果进行了对比。自适应直角坐标网格方法在本文的两个算例中得到了同 STAR-CD 一致的结果。这说明采用该方法数值模拟对流换热问题是适用的。

关键词: 航空、航天推进系统; 自适应; 直角坐标; 对流换热; 数值模拟

中图分类号: V 231. 1

文献标识码: A

Application of Auto-Adaptive Cartesian Grid Approach to Numerical Simulation of Convection

SUN Ji-jing, TAO Zhi, XU Guo-qiang, DING Shu-ting

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: It is difficult to deal with complex geometric regions for numerical simulation of convections. The auto-adaptive Cartesian grid approach is able to tackle the problem easily. But, up to now, it is mainly applied to solving compressible outer flows of Euler equations and Navier-Stokes equations. This paper simulated two convection cases of incompressible inner flow. The two cases were also simulated by STAR-CD, a commercial CFD code. The simulation results by auto-adaptive Cartesian grid approach and STAR-CD were compared and consistencies were shown. So the auto-adaptive Cartesian grid approach is suitable to be applied to simulating convection problems.

Key words: aerospace propulsion system; auto-adaptive; cartesian grid; convection; numerical simulation

对流换热数值计算一直是计算传热学中非常活跃的研究方向。随着计算传热学的发展和普及应用, 复杂区域对流换热问题的数值模拟越来越受到重视。现在已经提出了多种方法来解决这一问题。主要有贴体网格法、块结构化网格法和非结

构化网格法^[1]。贴体网格法, 就是通过变换, 把物理平面的不规则区域变换到计算平面的规则区域的一种计算方法。这种方法生成的网格虽然比较规则, 但其在计算平面上的控制方程却非常复杂, 造成了求解上的困难。而且, 对于特别复杂的区

收稿日期: 2003- 04- 01; 修订日期: 2003- 06- 02

作者简介: 孙纪宁(1975-), 男, 辽宁辽阳人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士生, 主要从事计算传热学研究

域, 往往难以生成高质量的网格, 计算可能发散。块结构化网格法是指把一个复杂的计算区域分成若干个块, 每一块内均采用各自的结构化网格, 可以大大减轻网格生成的难度, 而且便于网格的局部加密。但块结构化网格也是基于结构化网格的, 对于特别复杂的区域, 生成网格仍然需要大量的人工干预。非结构化网格可根据计算问题的特点自由布置网格系统, 对任何复杂的区域, 均可获得高质量的网格。但是, 采用这种方法时, 网格生成前处理过程极为复杂, 程序的组织及编写也比结构化网格系统复杂。

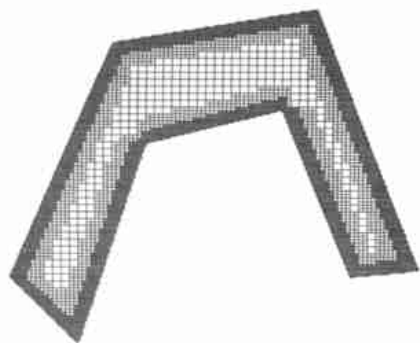


图 1 自适应直角坐标网格

Fig. 1 Auto-adaptive Cartesian Grid

因此, 在处理复杂区域对流换热问题时, 现有的各种计算方法各有优缺点。有的方法生成网格简便, 而控制方程复杂, 容易发散, 有的方法控制方程简单, 而难以生成满意的网格。因此, 在实际的计算中, 迫切需要一种即易于生成网格, 控制方程又简单清晰的计算方法。而自适应直角坐标网格方法是近年来发展起来的一种能较处理好复杂外形的计算方法^[2]。该方法概念简单易懂, 易于生成高质量的网格, 而且控制方程形式简单, 不易发散。自适应直角坐标网格方法是在原始的均匀直角坐标网格基础上, 根据物面外形和物理量梯度场的特点, 在边界附近及物理量梯度较大的局部区域内不断进行网格细化, 用足够细密的阶梯形边界来逼近曲线边界并在物理量梯度较大处用较细密网格获得较高精度(如图 1)。该方法网格建立简单省时, 网格加密容易。人们已对该方法网格的构造与数据结构、固体边界的处理、内部网格加密等问题作了一些探讨并成功的计算了一些复杂流场^[3~6]。但目前自适应直角坐标网格方法还主要限于可压无粘流的 Euler 方程、可压粘性流的 Navier-Stokes 方程的外部绕流计算, 对于不可压内流的自适应直角坐标网格方法的研究较少, 而

对于对流换热问题的自适应直角坐标网格方法的研究还罕见文献报道。本文希望通过对该计算方法在对流换热方面的研究, 为对流换热的数值模拟提供一个有力的研究工具。

1 自适应直角坐标网格的建立

“自适应直角坐标网格”是 20 世纪 90 年代发展起来的处理不规则计算区域的方法, 它利用直角坐标系中的网格生成的最大优点——概念上的简便, 通过局部加密网格及边界上的一些特殊处理来适应不规则区域。这种直角坐标系的网格, 由粗网格以 1: 4(二维)的方式不断细分而生成, 直到逼近曲线边界处的网格密度能满足要求为止。由于所有的网格线都是平行于 x, y 轴的直线, 因而属于直角坐标网格的范畴, 但许多网格线并不贯穿整个求解区域, 同时每个单元与邻域的联系也不是固定不变的, 因此单元的联结关系不再是隐含在网格本身中, 而要显式予以存储, 因而又属于非结构化的这一类型。

自适应直角坐标网格的生成过程:

- (1) 描述边界: 用各种曲线(二维)或曲面(三维)描述计算边界, 并输入到程序中。
- (2) 生成初始网格: 初始网格是一个给定的满足一定精度要求的直角坐标网格系统。
- (3) 判断网格同边界的关系: 判断网格在边界内、边界外或是同边界相交。
- (4) 判断需要进行细化的单元: 将同边界相交的网格标记为需要细化。为了使粗细网格有一定的过渡, 对细化范围进行一定的扩展, 将同该网格相邻的网格也标记为需要细化。
- (5) 对标记为需要细化的单元进行细化。
- (6) 删除无效网格, 并对网格重新排序。无效网格是指在计算域边界外的网格和已经被细化的网格。
- (7) 重复(2)~(5)步, 直到要求的精度。
- (8) 把中心点在边界外的网格删除。

2 控制方程的离散及求解

本文采用定常、常物性不可压流体的控制方程。

连续方程:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

动量方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\rho_{uu})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{vu})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_{wu})}{\partial z} &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho F_x \\ \frac{\partial(\rho_{uv})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{vv})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_{wv})}{\partial z} &= - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho F_y \\ \frac{\partial(\rho_{uw})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{vw})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_{ww})}{\partial z} &= - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho F_z \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

能量方程:

$$\frac{\partial(\rho_{cu}T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{cv}T)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_{cw}T)}{\partial z} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \rho Q \quad (3)$$

在上述控制方程组中, 假设流体为不可压流体, 则密度 ρ 为常数。但是当计算自然对流这样的非等温场引起的浮升力作用明显的对流换热问题时, 温度变化引起的密度的改变是无法忽略的。在这里采用 Bossinesque 假设, 令密度在方程组中的彻体力项中为可变量, 而在其他部分为常量。这样, 在动量方程中, 彻体力项变为:

$$\rho F_i + \rho \beta_i \beta \Delta T$$

其中: $i = x, y, z$, β 为流体的热膨胀系数, 对于理想气体来说, $\beta = 1/T$ 。

在对控制方程离散的过程中, 采用动量插值同位网格方法^[7]以避免不合理压力锯齿波的出现。对流项的离散采用迎风格式, 扩散项采用中心差分。压力修正方程的建立采用 SIMPLE 算法。使用点迭代方法求解离散化后的线性代数方程组。

本文程序在入口边界处规定了物理量的分布, 出口边界采用的是局部单向化处理方法。固壁边界处, 一类条件给定物理量分布, 二、三类条件则应用附加源项法。

3 算 例

3.1 后台阶流流动

后台阶流流动是计算流体力学和计算传热学中的一个经典问题, 因为该流动中存在逆压力梯度, 所以常被用来校核算法和程序。本文在两种

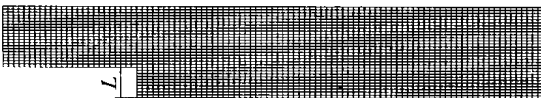


图 2 后台阶流流动计算网格 a

Fig 2 The first mesh (a) of flow passing a backward facing step

网格上对后台阶流流动进行了计算。设台阶高度为 L , 入口高度 $2L$, 台阶前通道长度 $5L$, 台阶后通道长度 $15L$ 。第一种网格(网格 a)是普通的直角

坐标网格, 所用的计算网格如图 2 所示, 共 2750 个计算节点; 第二种网格(网格 b)是带有 10 倾角的自适应直角坐标网格, 在边界上进行了 2 层细化, 生成的网格如图 3 所示, 共 4895 个计算节点。取雷诺数 $Re = 10^3$ 。

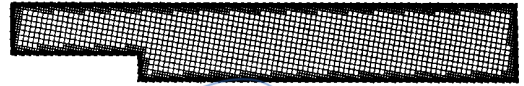


图 3 后台阶流流动计算网格 b

Fig 3 The second mesh (b) of flow passing a backward facing step

本文在网格 a 上用本文程序和商用软件 STAR-CD 分别计算了后台阶流流动的速度场和压力场, 并把二者的计算结果进行了对比。STAR-CD 和本文程序计算得到的台阶后涡长度均为 $8L$, 其台阶后 $4L$ 处的 x 方向无量纲速度 u/u_0 (u_0 为入口速度) 和无量纲压力 $p/(\rho u_0^2)$ 的对比图如图 4 所示, 其中无量纲速度平均偏差为 0.12%, 无量纲压力平均偏差为 1.28%。由图 4 可以看出, 本文程序和 STAR-CD 在相同的网格下得到了一致的结果, 证明该程序可以正确计算速度场和压力场。

为了体现自适应直角坐标网格适应复杂几何边界条件的优势, 作者用本文程序在网格 b 上计算了后台阶流的速度场和压力场, 离散方程的平均残差和最大残差均达到了 $1E-10$ 的量级, 说明对于不可压内流的数值模拟本方法具有令人满意的收敛性。计算得到的台阶后涡长度约为 $7.5L$, 稍小于本文程序在网格 a 上得到的 $8L$ 的台阶后涡长度。其台阶后 $4L$ 处的 x 方向无量纲速度 u/u_0 和无量纲压力 $p/(\rho u_0^2)$ 的同本文程序在网格 a 上计算结果的对比图如图 5 所示, 其中无量纲速度平均偏差为 7.9%, 无量纲压力平均偏差为 21.5%。从速度对比曲线图可以看出, 在同样的台阶后位置, 两种网格上获得的后台阶流

动的速度型的基本特征完全一致, 均比较准确的得到了逆压力梯度造成回流的速度型。在压力对比曲线图中, 两种网格上的后台阶流流动在相同

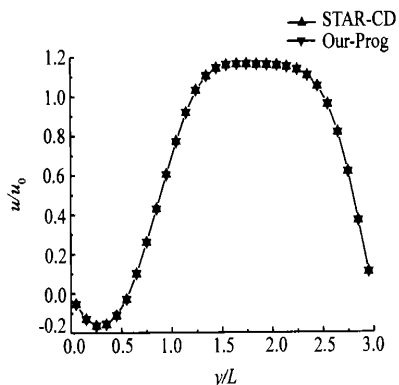


图 4 STAR-CD 和本文程序在后台阶流网格 a 上的计算结果对比图

Fig 4 The results of STAR-CD and our program on mesh (a) of a backward facing step

位置处的压力曲线从趋势上是一致的, 但网格 b 的绝对数值略高于网格 a。可以看出, 自适应直角坐标网格方法是适用于计算不可压粘性内流问题的。而在两套网格上出现的计算结果的偏差, 主要是由于在网格 b 上计算台阶流流动时, 其网格线与流动方向不一致程度较大而引起的较大的假扩散造成的。

3.2 方腔内的自然对流

方腔内的自然对流流动, 是计算传热学中能量方程和动量方程耦合计算的一个经典问题。同样, 为了对比普通直角坐标网格和自适应直角坐标网格方法, 作者在两种网格上对方腔自然对流进行了计算。设方腔边长为 L 。网格 a 是普通的直角坐标网格, 如图 6 所示, 共 2500 个计算节点; 网格 b 是带有 10 倾角的自适应直角坐标网格, 如图 7 所示, 细化了 3 层, 共 4155 个计算结点。

本文首先在网格 a 上分别用本文程序和

STAR-CD 计算了 $Ra = 5 \times 10^3$ 的方腔自然对流。其中上下壁面绝热, 左壁面为热壁, 右壁面为冷壁。

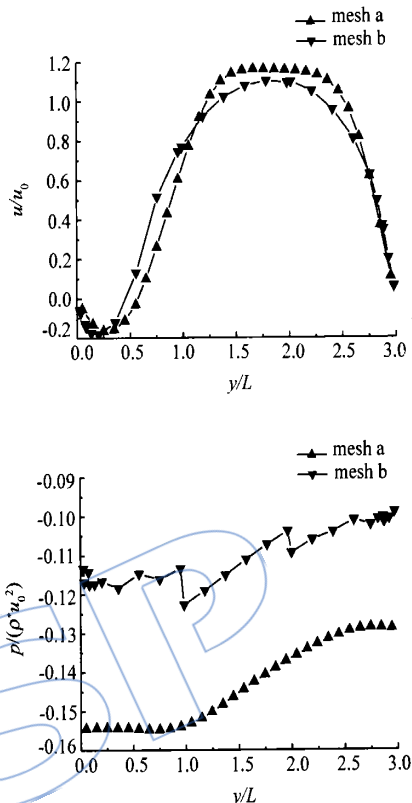


图 5 本文程序在后台阶流网格 a 和网格 b 上的计算结果对比图

Fig 5 The results of our program on mesh (a) and mesh (b) of a backward facing step

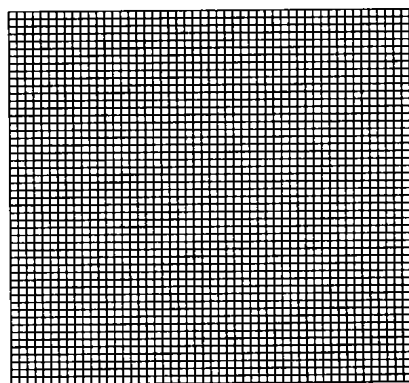


图 6 方腔自然对流计算网格 a

Fig 6 The first mesh (a) for simulating the natural convection in a square cavity

图 8 为本文程序和 STAR-CD 在网格 a 上的计算结果在铅垂中心线剖面处的无量纲速度 u/u_0 (其中 $u_0 = k/\rho C_p L$)、无量纲压力 $p/(\rho u_0^2)$ 和

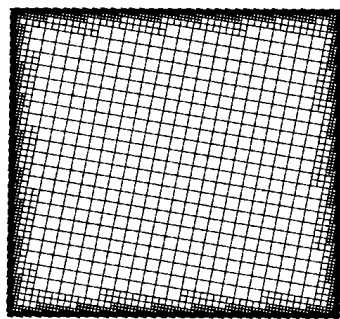


图 7 方腔自然对流计算网格 b

Fig 7 The second mesh (b) for simulating the natural convection in a square cavity

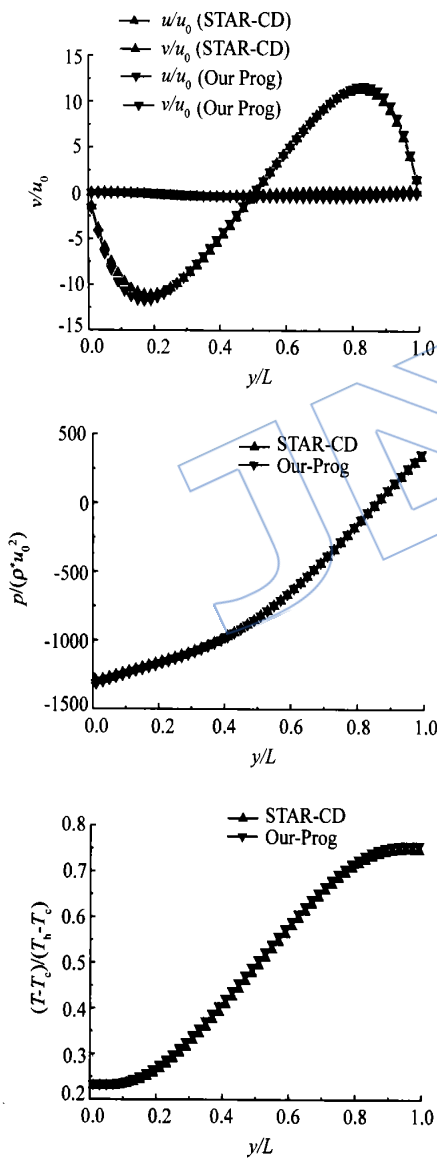


图 8 STAR-CD 和本程序在方腔自然对流网格 a 上的计算结果对比图

Fig 8 The results of STAR-CD and our program on mesh (a) of a square cavity

无量纲温度 $(T - T_c)/(T_h - T_c)$ 的对比曲线

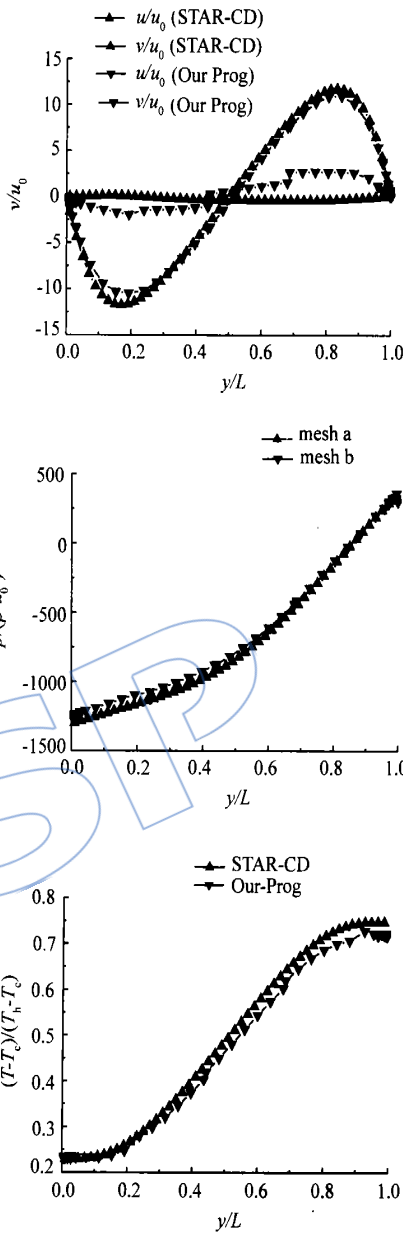


图 9 本程序在方腔自然对流网格 a 和网格 b 上的计算结果对比图

Fig 9 The results of our program on mesh (a) and mesh (b) of a square cavity

从两个结果的对比可以看出, 本程序在相同的计算网格下, 得到了和 STAR-CD 基本相同的结果, 其中无量纲速度平均偏差为 1.32%, 无量纲压力平均偏差为 0.56%, 无量纲温度平均偏差为 1.0%。这证明本程序可以正确的进行流场和温度场的耦合计算。作者又在网格 b 上用本程序进行了相同边界条件的计算。本程序在两套网格上的计算结果在铅垂中心线剖面处的无量纲速度 u/u_0 (其中 $u_0 = k/\rho C_p L$)、无量纲压力 $p/$

(ρu_0^2) 和无量纲温度 $(T - T_c)/(T_h - T_c)$ 的对比曲线如图 9 所示。

可以看出, 本文程序在两种网格上得到了基本相同的解, 其中无量纲速度平均偏差为 1.48%, 无量纲压力平均偏差为 2.6%, 无量纲温度平均偏差为 1.92%。在本算例中两种网格上的解的偏差比上一算例的偏差小。这主要是因为方腔自然对流的流动是一个环流, 网格线同流动方向交叉而造成的假扩散同网格是否倾斜关系不大, 因此对计算结果影响不大。

4 结 论

自适应直角坐标网格方法具有以下优点: 概念简单易懂, 易于生成高质量的网格; 控制方程形式简单, 不易发散; 可以较好处理复杂外形。自适应直角坐标网格方法在对流换热数值模拟中的应用是完全可行的, 并且在初步的验证性计算中得到了令人满意的结果。但是可以看到, 当流场中的流线方向同网格线的夹角较大时, 会出现数值假扩散现象。因此, 要得到比较精确的数值解, 应该

在对流项的离散中采用可以消除该种假扩散的斜迎风格式。

参考文献

- [1] 陶文铨. 数值传热学(第 2 版)[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [2] 朱自强, 张正科, 李津, 等. 网格生成和数值模拟的讨论[J]. 空气动力学报, 1998, 16(1): 64- 69.
- [3] Wang Z J. A Quadtree-Based Adaptive Cartesian/Quad Grid Flow Solver for Navier-Stokes Equations[J]. Computers & Fluids, 1998, 27(4): 529- 549.
- [4] Cumber P S, Fairweather M, Falle S A E G, et al. Body Capturing in Impacting Supersonic Flows[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1998, 19: 23- 30.
- [5] Coirier W J, Powell K G. Solution-Adaptive Cartesian Cell Approach for Viscous and Inviscid Flow[J]. AIAA Journal, 1996, 34(5): 938- 945.
- [6] Pember R B, Bell J B, Eoella P, et al. An Adaptive Cartesian Grid Method for Unsteady Compressible Flow in Irregular Regions[J]. Journal of Computational Physics, 1995, 120(2): 278- 304.
- [7] 陶文铨. 计算传热学的近代进展[M]. 北京: 科学出版社, 2000.